



faculté des sciences et technique de Mohammedia

TP5 : Gyroscope



-Réalisé par :

CHAHIR Omar

KASRI Younes

-Encadré par :

-Pr Hartiti

1) *But de manipulation :*

le but de la manipulation est :

1) -Mesure du moment d'inertie du disque du gyroscope.
2) -Détermination de la fréquence de précession
3) -Détermination de la fréquence de nutation

II. Théorie

Si un solide (S) est en mouvement par rapport à un référentielle $R_0(O,i_0,j_0,k_0)$.Il est toujours possible de décomposer le mouvement du solide (s) par rapport à R_0en une translation celle de son centre de gravité G et en une rotation autour de son centre de gravité.

L'orientation du solide (S) par rapport à R_0 est déterminée à l'aide des angles ψ,Θ et φ.

Soit $R_s(G,x_s,y_s,z_s)$ le repéré lié à (S). Nous avons :

$R_0(G,i_0,j_0,k_0) \rightarrow R_1(G,u,v,k_0)$ Rotation:ψ,k_0

$R_1(G,u,v,k_0) \rightarrow R_2(G,u,w,z_s)$ Rotation:Θ,u

$R_2(G,u,w,z_s) \rightarrow R_s(G,x_s,y_s,z_s)$ Rotation: φ,z_s

Ψ: angle de précession.

Θ : angle de nutation.

φ : angle propre.

Si le solide (S) est en rotation pure autour d'un point fixe O quelconque, les définitions précédentes des angles d'Euler sont conservées.

Dans la suite de ce TP, on va adopter les notations suivantes :

$d\psi /dt = \omega_P$

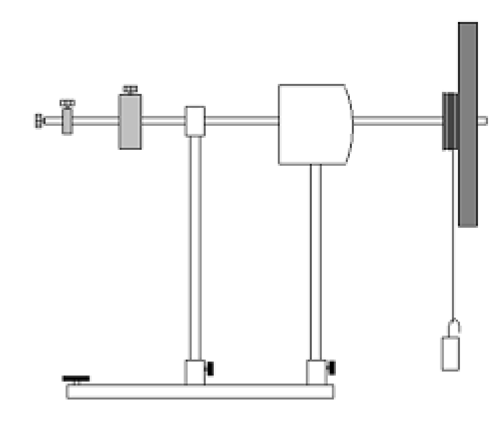
$d\Theta/dt = \omega_N$

$d\varphi/dt = \omega$

Un gyroscope est un corps rigide qui tourne sur un axe fixé en un point. Si aucun couple de rotation n'est exercé sur le gyroscope, l'axe de symétrie de rotation(en même temps axe du moment angulaire) conserve sa position dans l'espace .Lorsqu'une force extérieure est exercé sur l'axe, le couple de rotation entraine une modification du moment angulaire. Ce mouvement est appelé précession. Cette précession tend à aligner l'axe de symétrie de révolution avec le couple appliqué.

Lorsque le gyroscope subit un léger coup latéral sur son axe , il effectue alors un mouvement de nutation.

1) Détermination du moment d'inertie du disque:



La masse m est soumise aux forces P et T .le principe fondamental de la dynamique appliqué m donne : **T=m (g-y)** avec :

- g : est l'accélération de la pesanteur
- y : l'accélération de la masse m.

L'application du théorème moment cinétique au disque :

$I\, d^2a \backslash dt^2$ avec :

a : angle de rotation du disque
I : moment d'inertie du disque par rapport à son axe de rotation.

$Y = rd^2a \backslash dt^2$: relation entre accélération de la masse m et l'accélération angulaire du disque

Les relations précédant permettent d'écrire :

$h(t)=1\backslash 2\ yt^2$ et **$t^2=2.h(t)\backslash y$** avec **$y=mgr^2\backslash I+mgr^2$**

2) Détermination de la fréquence de précession

Durée de précession



Soit ω la vitesse de rotation du disque autour de son axe de rotation.

En présence de la masse m*, le moment cinétique subit une variation dL tel que :

dL =L .dω avec : L=Iω. **et** I : moment d'inertie du disque.

Le théorème du moment cinétique s'écrit :

$M_0(P)=dL/dt$

La projection suivant la direction de dL donne :

m*.g.r*=dL/dt

or : **$dL/dt = dL/dt \, . \, d\phi/dt$**

Notons **$\omega_p = d\phi/dt$** la vitesse de rotation de précession du gyroscope

Donc : **$dL/dt = l\omega_p$**

La relation **$m^*.g.r^* = dL/dt$** donne :

$\omega_p = m^*.g.r^*/i\omega$

Nous avons : **$\omega_p = 2\pi/T_p$** **et** **$\omega = 2\pi/T$** avec :

T : période du gyroscope autour de son axe propre de rotation.

T_p : période de précession.

Donc : **$1/T = m.g.r^*.T_p/4\pi^2 I$**

Ou encore : **$T^{-1} = a \, T_p$**

-Cette formule permet de calculer le moment d'inertie I à partir de la pente ***a*** de la droite d'équation **$T^{-1} = a \, T_p$**.

3)Détermination de la fréquence de nutation :



La relation entre la pulsation de nutation ω_N et la pulsion ω du mouvement de rotation du gyroscope autour de son axe de rotation est donnée par :

$$\omega_N = k\omega$$

Ce qui donne :

$$T = kT_N$$

Où T_N est la période du mouvement de nutation.

La pulsation de nutation est proportionnelle à la pulsation de rotation .le coefficient k dépend du moment d’inertie du gyroscope autour de l’axe vertical de précession et de celui autour de son axe de symétrie.

III. Manipulation :

1)Mesure du moment d'inertie du disque :

-Dans cette partie, le gyroscope sera utilisé comme une simple poulie.

- On mesure le temps t mis par la masse pour parcourir la hauteur.

- On calcule directement ω

  On sait que **s=r.** En dérivant l'équation on obtient :

  V= r.ω => $\omega = \frac{V}{r} = \frac{h}{r.t}$

  Avec : *m=20g*

h(cm)	*t1(s)*	*t2(s)*	*t3(s)*	*tm(s)*	*(tm)²*
66	11.70	11.66	10.60	11.32	128.14
62	10.90	11.09	10.80	10.93	119.46
58	10.23	10.40	10.30	10.31	106.29
54	10.10	9.97	10.02	10.03	100.60
50	8.90	9.14	9.07	9.04	81.72
46	8.63	8.77	8.66	8.69	75.51

Courbe de $t^2=f(h)$:

le moment d'inertie du disque :

D'après le graphe on calcule :

On a : T^2=aH

a = t^2/ h=

avec : a=2/y et y=2/a

Donc : y=

On sait que :

$$\gamma = \frac{mgr^2}{I+mr^2}$$

Donc : $I = \frac{mr^2(g-\gamma)}{\gamma}$ **avec : r^2= 6.25 cm^2 et g=9,8**

***I*=**

2)Mesure de la fréquence de précession :

T : période du gyroscope autour de son axe propre de rotation.

T_p : période de précession.

T^{-1}= (1/T).

Avec : **g=9.8N.kg** et **r=2,5cm** et **m=10g**

T(s)	*TP(s)*	*T-1(S-1)*
0 ,235	*12.24*	*4.25*
0,379	*12.72*	*2.63*
0.362	*13.12*	*2.76*
0 ,207	*14.09*	*4.83*
0.217	*13.17*	*4.60*
0.385	*13.61*	*2.60*

En déduit le moment d'inertie I du disque :

On a : $\omega_p = (m\ g\ r/I\omega)$

Et nous avons : $\omega_p = (2\pi/\ T_p)$ et $\omega = (2\pi/T)$

Donc : $(1/T) = (m\ gr/4\pi^2 I)T_p$

Ou encore : $T^{-1} = a\ T_p$

Calcul du moment d'inertie :

-Pour : m=10g :

$a = (\ T^{-1}/\ T_p) =$

$I = (mgr/4\pi^2 a) =$

Courbe $T^{-1}=f(Tp)$:

3)Détermination de la fréquence de nutation :

T_R	T_N
0.225	1.44
0.280	1.66
0.238	1.18
0.196	1.06
0.192	0.88
0.217	1.15

La relation entre la pulsation w et la pulsation de w du mouvement de rotation du gyroscope autour de son axe de rotation est donné par :
$\omega = k \, .\omega$

Ce qui donne : $T_R = k.T_N$

Où T_N : est la période du mouvement de nutation

La pulsation de nutation est proportionnelle à la pulsation de rotation .le coefficient k dépend du moment d'inertie du gyroscope autour de l' axe vertical de précession et de celui autour de son axe de symétrie.

$K = (\; T_R / \; T_N)$

Courbe $T_R=f(T_N)$:

Conclusion: